

3^{me} journée des doctorantes et doctorants
en analyse de l'IRMAR

28 mai 2019, salle Henri Lebesgue

Programme

9h30–10h00 : *Accueil et café*

10h00–10h40 : **Thi Hoai Thuong Nguyen**

The stability of the semi-discrete scheme for the linear damped wave equation with boundary

10h45–11h25 : **Angelo Rosello**

Limites de champ moyen pour des systèmes de particules stochastiques

11h30–12h10 : **Dinh Duong Nguyen**

On the rate of convergence of α -models of turbulence to the Navier-Stokes equations

Déjeuner

14h00–14h40 : **Paul Alphonse**

Effets régularisants des semi-groupes engendrés par les opérateurs quadratiques

14h45–15h25 : **Long Li**

A consistent stochastic modeling for quasi-geostrophic flows

Résumés

Thi Hoai Thuong Nguyen : *The stability of the semi-discrete scheme for the linear damped wave equation with boundary*

We study the stability of the semi-discrete central scheme for the linear damped wave equation with boundary. We exhibit a sufficient condition on the boundary to guarantee the uniform stability of the initial boundary value problem for relaxation system independent of stiffness of the source term and of the space step. The boundary is approximated using a summation-by-parts method and the stiff stability is proved by energy estimates and Laplace transform. We also investigate if the condition is also necessary, following the continuous case studied by Xin and Xu in [1].

[1] ZHOUPING XIN AND WEN-QING XU, *Stiff well-posedness and asymptotic convergence for a class of linear relaxation systems in a quarter plane*, J. Differential Equations, 167(2), 2000.

Angelo Rosello : *Limites de champ moyen pour des systèmes de particules stochastiques*

Le modèle de Cucker-Smale est un modèle particulière visant à expliquer et décrire l'apparition d'un mouvement collectif ou d'un « consensus » dans un groupe d'individus autonomes. Pour plus de réalisme, il est naturel d'y ajouter du bruit sous la forme d'un processus de Wiener (à dépendance spatiale). On cherche alors à décrire le comportement du système lorsque le nombre de particules tend vers l'infini. Plus précisément, on montre que la mesure empirique issue du système de particules converge vers la solution d'une équation de conservation stochastique portant sur des mesures.

Dinh Duong Nguyen : *On the rate of convergence of α -models of turbulence to the Navier-Stokes equations*

We investigate the rate of convergence of the weak solutions \mathbf{w}^α of four α -models, namely, the Leray- α , Navier-Stokes- α , modified Leray- α and simplified Bardina models, to the weak solution \mathbf{u} of the Navier-Stokes equations (NSE) in two-dimensional as $\alpha \rightarrow 0$. Our study is subject to the periodic boundary condition with assuming that the initial condition for the NSE $\mathbf{u}_0 \in V$ and the source term $\mathbf{f} \in L^2_{\text{uloc}}(0, T; H)$. Here H and V are the closure of Π in $L^2(\Omega)$ and $H^1(\Omega)$, respectively, where Π denotes the set of all trigonometric polynomials of two variables periodic on Ω with spatial average zero. We prove that the error $\mathbf{e} = \mathbf{u} - \mathbf{w}^\alpha$ is $\mathcal{O}(\alpha^{1.5})$ in the norms $L^\infty(0, T; L^2(\Omega))$, $L^2_{\text{uloc}}(0, T; H^1(\Omega))$, is $\mathcal{O}(\alpha)$ for the two first α -models above and is $\mathcal{O}(\alpha \log(1/\alpha)^{1/2})$ for the other α -models in the norms $L^\infty(0, T; H^1(\Omega))$, $L^2_{\text{uloc}}(0, T; H^2(\Omega))$.

This talk is based on a joint work with L. C. Berselli, A. A. Dunca and R. Lewandowski.

Paul Alphonse : *Effets régularisants des semi-groupes engendrés par les opérateurs quadratiques*

Etant donnée une forme quadratique $q : \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{C}$ de partie réelle positive $\Re q \geq 0$, on s'intéresse aux effets régularisants en temps courts du semi-groupe $(e^{-tq^w})_{t \geq 0}$ engendré par l'opérateur quadratique $q^w(x, D_x)$ associé à q . On montre que ces effets régularisants sont reliés à la structure d'un sous-espace vectoriel de l'espace des phases $S \subset \mathbb{R}^{2n}$ associé à la forme quadratique q appelé espace singulier et introduit par Karel Pravda-Starov et Michael Hitrik. Deux approches sont présentées :

1. La première méthode consiste à travailler directement sur le symbole de Weyl de l'opérateur d'évolution e^{-tq^w} (donné par la formule de Mehler). Cette méthode ne permet pas de traiter le cas général et impose de travailler avec une certaine classe de formes quadratiques.
2. Dans la seconde méthode, on décrit la décomposition polaire des opérateurs e^{-tq^w} ce qui permet ensuite de donner une description complète des effets régularisants en temps court du semi-groupe $(e^{-tq^w})_{t \geq 0}$ sans restriction sur l'espace singulier S .

La deuxième approche est un travail commun avec Joackim Bernier.

Long Li : *A consistent stochastic modeling for quasi-geostrophic flows*

We propose to follow a recent stochastic quasi-geostrophic model derived from a decomposition of the flow into a resolved component and a time-uncorrelated uncertainty. One important characteristic of this random model is that it conserves the total energy along each realization. Such a stochastic principle has been tested for the numerical simulation of the wind-driven circulation in a shallow ocean basin. The numerical assessment shows that the proposed random model (LU), compared to a classical large eddy simulation (LES) approach, can capture better on a coarse mesh the correct four-gyre time-averaged circulation structure, as predicted by a direct numerical simulation (DNS) at a much finer resolution. Then the performance of our random model has been evaluated and analyzed in terms of uncertainty quantification and ensemble forecasting. We will otherwise show that the proposed random model, under both homogeneous and heterogeneous uncertainty, is more efficient than a deterministic model with a perturbation of the initial condition. This ability is in particular essential for data assimilation applications.

This talk is based on a joint work with W. Bauer and E. Mémin.